ISEG	ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 1º semestre, EN	18. 01. 13

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O espaço de resultados associado à experiência aleatória que consiste na observação do número de pessoas admitidas na urgência de um hospital durante uma hora é discreto.		
Se os acontecimentos A e B são incompatíveis e $A\cup B=\Omega$, então A e B formam uma partição de Ω.		
Se $P(\bar{A})=0.6$ e $P(B)=0.4$ e $P(A\vert B)=0.75$, os acontecimentos A e B são independentes.		
$P(A\vert B)=P(A)/P(B)$ se e só se $A\subset B$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
$F_X(x)$ é uma função estritamente crescente		
Se $a,b\in\mathbb{R},a<b$ então $P(a\leq X<b)=F(b-0)-F(a)$		
A variável aleatória $Y=\varphi(X)$ pode ser discreta, contínua ou mista		
Os pontos de descontinuidade de $F(x)$ pertencem ao conjunto $\{x\in\mathbb{R}:P(X=x)>0\}$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$função distribuição marginal de Y.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $F_{X,Y}(1.5,2.3)=1$, Então $F_Y(2.3)=1$		
Se $Cov(X,Y)=0$ pode concluir-se que X e Y são v.a.(s) independentes		
Se X e Y são v.a.(s) independentes então X^2 e Y^2 também são v.a.(s) independentes		
Se $f_{X,Y}(x,y)=f_Y(y)\times f_{X\vert Y=y}(y)$ então X e Y são v.a.(s) independentes $\forall(x,y)\in\mathbb{R}$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(1,1)$ então para qualquer constante $\boldsymbol{c}$ se tem que $\boldsymbol{c}X \sim N(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c})$		
Se $X_1 \sim B(5;\ 0.1)$ e $X_2 \sim B(3;\ 0.5)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 + X_2 \sim B(8; 0.6)$		
Se um processo de Poisson tem taxa média igual a λ por unidade de tempo, o tempo médio de espera pela 1ª ocorrência é $1/\lambda$.		
Se $X \sim U(0,1)$ e $0 < a < b < 1$ então $P(X < a \mid X < b) = a/b$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

	V	F
A variância da média da amostra subestima a variância da população		
$2\lvert X_1 + X_n \rvert$ é uma estatística		
$P(Max\{X_i\} \leq x) = [P(X_1 \leq x)]^n$		
Se $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(\bar{X} > a) = P(\bar{X} < -a)\ \forall a \in \mathbb{R}$		

6. Seja uma variável aleatória $X \sim Ex(\boldsymbol{\lambda})$ e $c > 0$ uma constante. Prove que $Y = cX \sim Ex\left(\frac{\lambda}{c}\right)$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com média igual a μ e $T = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$ uma estatística. Considere $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ constantes a verificar $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$. Mostre que $E(T) = \mu$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva, de um espaço de resultados Ω. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se se seleccionar ao acaso um cliente que entra num armazém e se observar se ele compra uma camisa está a realizar-se uma prova de Bernoulli.		
Se os acontecimentos A e B são independentes e $A\cup B=\Omega$, então A e B formam uma partição de Ω.		
Se $P(A)=0.3$ e $P(\bar{B})=0.6$ e $P(A\vert B)=0.75$, os acontecimentos A e B não são incompatíveis		
$P(A\vert B)=P(A)/P(B)$ se e só se $B\subset A$		

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O contradomínio da função densidade de probabilidade $f_X(x)$ é $[0;1]$		
Se $a,b\in\mathbb{R},a<b$ então $P(a\leq X<b)=F(b)-F(a-0)$		
Se a variável aleatória $Y=\varphi(X)$ então Y só pode ser contínua ou mista		
$F(x)$ é contínua em todo o seu domínio		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$função distribuição marginal de Y.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $F_{X,Y}(1.5,2.3)=1$, Então $F_X(1.5)=1$		
Se $Cov(X,Y)\neq 0$ pode concluir-se que X e Y não são v.a.(s) independentes		
Se X e Y são v.a.(s) independentes então X^2 e $Ln(Y)$ também são v.a.(s) independentes		
Se $f_{X,Y}(x,y)=f_X(x)\times f_{Y\vert X=x}(y)$ então X e Y são v.a.(s) independentes $\forall(x,y)\in\mathbb{R}$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(1,1)$ então para qualquer constante $\boldsymbol{c}$ se tem que $\boldsymbol{c}X \sim N(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}^2)$		
Se $X_1 \sim B(5;\ 0.1)$ e $X_2 \sim B(3;\ 0.1)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 - X_2 \sim B(2; 0.1)$		
Se um processo de Poisson tem taxa média igual a λ por unidade de tempo, o tempo médio de espera pela 1ª ocorrência é λ		
Se $X \sim N(2;\ 4)$ e $Y \sim \chi^2_{(10)}$ são v.a.(s) independentes então $(X-2)/\sqrt{Y/10} \sim t(10)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim t_{(n)} \Rightarrow P(X > a) = P(X < -a)\ \forall a \in \mathbb{R}$		
nS^2/σ^2 é uma estatística		
A variância da média da amostra subestima a variância da população		
$P(Max\{X_i\} > x) = 1 - [P(X_1 \le x)]^n$		

6. Seja uma variável aleatória $X \sim Ex(\boldsymbol{\lambda})$ e $c > 0$ uma constante. Prove que $Y = cX \sim Ex\left(\frac{\lambda}{c}\right)$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com média igual a μ e $T = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$ uma estatística. Considere $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ constantes a verificar

$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$. Mostre que $E(T) = \mu$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

ISEG | ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 1º semestre, EN | 18. 01. 13

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \varnothing$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0;\ 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}$; $X \sim G(n;\ \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)}$;

$X \sim N(0;1)$ e $Y \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow X\big/\sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de resultados Ω, com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A observação da variação diária de um índice de preços no mercado de acções é uma experiência aleatória com espaço de resultados contínuo.		
Se $A \subset B$ então A e B formam uma partição de Ω.		
Se $P(\bar{A}) = 0.6$ e $P(B) = 0.4$ e $P(A\|B) = 0.75$, os acontecimentos A e B não são independentes.		
$P(B\|A) = P(B)/P(A)$ se e só se $B \subset A$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O contradomínio da função probabilidade $f_X(x)$ é $[0;1]$		
Se $a,b \in \mathbb{R}, a < b$ então $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a-0)$		
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y só pode ser discreta		
$F(x)$ pode ter uma infinidade de pontos de descontinuidade		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $F_{X,Y}(1.5, 2.3) = 1$, Então $F_Y(2.3) = 1$		
Se X e Y são v.a.(s) independentes então pode concluir-se que $Cov(X,Y) = 0$		
Se X e Y são v.a.(s) independentes então $\sqrt{X}$ e Y^2 também são v.a.(s) independentes		
Se $f_{X,Y}(x,y) = f_Y(y) \times f_{X\|Y=y}(y)$ então X e Y são v.a.(s) independentes $\forall(x,y) \in \mathbb{R}$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(1,1)$ então para qualquer constante $\boldsymbol{c}$ se tem que $cX \sim N(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c})$		
Se $X_1 \sim B(5;\ 0.1)$ e $X_2 \sim B(5;\ 0.1)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 + X_2 \sim B(10; 0.1)$		
Se um processo de Poisson tem ritmo igual a λ por unidade de tempo, o tempo médio de espera pela 1ª ocorrência é $1/\lambda$.		
Se $X \sim U(0,1)$ e $0 < a < b < 1$ então $P(X > b \mid X > a) = (1-b)/(1-a)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variância da média da amostra diminui quando aumenta a dimensão da amostra		
$(X_1 + X_n)/2$ é uma estatística		
$P\left(X_{(n)} \leq x\right) = [P(X_1 \leq x)]^n$		
Se $X \sim N(0, \sigma^2)$ então a média, mediana e moda de $\bar{X}$ são iguais		

6. Seja uma variável aleatória $X \sim Ex(\boldsymbol{\lambda})$ e $c > 0$ uma constante. Prove que $Y = cX \sim Ex\left(\frac{\lambda}{c}\right)$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com média igual a μ e $T = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$ uma estatística. Considere $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ constantes a verificar

$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$. Mostre que $E(T) = \mu$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas erradas descontam 0,5. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0;\ 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}$; $X \sim G(n;\ \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)}$;

$X \sim N(0;1)$ *e* $Y \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow X \big/ \sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A,B e C acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O espaço de resultados associado à observação do tempo que um aluno, escolhido ao acaso, leva a resolver um exame é uma infinidade numerável.		
Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(C) = P(C\|A) + P(C\|B)$.		
Se $P(A) = 0.3$ e $P(\bar{B}) = 0.6$ e $P(A\|B) = 0.75$, os acontecimentos A e B são incompatíveis		
$P(B\|A) = 1$ se e só se $A \subset B$		

2. Seja X uma variável aleatória mista com função de distribuição $F(x)$, função densidade $f(x)$
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O conjunto $\{x \in \mathbb{R} : P(X = x) > 0\} = \emptyset$		
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ e a ponto descontinuidade de $F_X(x)$então $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a-0)$		
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y não pode ser discreta		
$F(x)$ é contínua em todo o seu domínio		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $F_{X,Y}(1.5, 2.3) = 1$, Então $F_X(1.5) = 1$		
Se $Cov(X,Y) = 0$ nada se pode concluir-se sobre a independência das v.a.(s) X e Y		
Se X e Y são v.a.(s) independentes então X^2 e $\sqrt{Y}$ também são v.a.(s) independentes		
Se $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \times f_{Y\|X=x}(y)$ então X e Y são v.a.(s) independentes $\forall(x,y) \in \mathbb{R}$		

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(1,1)$ então para qualquer constante $\boldsymbol{c}$ se tem que $\boldsymbol{c}X \sim N(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}})$		
Se $X_1 \sim B(5;\ 0.1)$ e $X_2 \sim B(3;\ 0.5)$ são v.a.(s) independentes então $X_1 - X_2 \sim B(2; -0.4)$		
Se um processo de Poisson tem ritmo igual a λ por unidade de tempo, o tempo médio de espera pela 1ª ocorrência é λ		
Se $X \sim N(2; 1)$ e $Y \sim \chi^2_{(10)}$ são v.a.(s) independentes então $(X-2)/\sqrt{Y/10} \sim t(10)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim t_{(n)}$ então a média, mediana e moda de $\bar{X}$ são iguais a zero		
$(\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$ é uma estatística		
A média da variância da amostra é inferior à média da variância corrigida da amostra		
$P(X_{(1)} \leq x) = 1 - [1 - P(X_n \leq x)]^n$		

6. Seja uma variável aleatória $X \sim Ex(\boldsymbol{\lambda})$ e $c > 0$ uma constante. Prove que $Y = cX \sim Ex\left(\frac{\lambda}{c}\right)$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com média igual a μ e $T = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$ uma estatística. Considere $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ constantes a verificar

$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$. Mostre que $E(T) = \mu$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2012-2013 **18. 01. 13**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	2c.(15)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)		3b. (10)		P:

1. Um analista do mercado de acções examinou acções de um grande número de empresas. Quando a "performance" das acções analisadas foi investigada um ano depois, concluiu-se que 25% das empresas tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado (E_M), 50% tiveram um desempenho igual à média do mercado (E_I), 25% tiveram um desempenho pior do que a média do mercado (E_P)? Quarenta por cento das acções que tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado foram classificadas como "boa compra" (A), assim como 20% das que tiveram um desempenho igual à média do mercado e 10% das que tiveram um desempenho pior do que a média do mercado.

a) Qual é a probabilidade de que uma acção avaliada como "boa compra" tenha tido um desempenho melhor que a média?

b) Seleccionadas 20 empresas qual a probabilidade de que no mínimo 6 tenham tido um desempenho melhor do que a média do mercado?

0.3828 ☐ 0.2142 ☐ 0.8314 ☐ 0.7977 ☐

2. Seja (X, Y)um vector aleatório que representa para cada uma das famílias com 2 ou mais filhos, residentes numa determinada zona, o número de filhos na família (X) e o número de assoalhadas do respectivo alojamento (Y). A função probabilidade conjunta é dada por:

$X \quad \backslash \quad Y$	0	1	2	3	4
2	0.04	0.05	0.02	0	0
3	0.05	0.09	0.14	0.04	0.01
4	0.02	0.09	0.17	0.06	0.04
5	0	0.03	0.05	0.07	0.03

a) Qual a percentagem de famílias que vive em alojamentos com mais de 2 assoalhadas nessa zona? Qual o número médio de assoalhadas do alojamento das famílias que tem 2 filhos?

b) Pode dizer-se que o número de assoalhadas do alojamento é independente do número de filhos da família que o habita? Justifique devidamente.

c) Se se seleccionar aleatoriamente 10 famílias com 2 ou mais filhos, nessa zona, qual a probabilidade de a família com menor número de filhos, ter menos de 3 filhos?

3. A chegada de camiões ao MARL entre as 5:00-8:00 segue um processo de Poisson com ritmo 20 por hora.

a) Determine a probabilidade de na primeira hora chegarem menos de 10 camiões.

0.0058 ☐ 0.0108 ☐ 0.0029 ☐ 0.005 ☐

b) Qual a probabilidade de o primeiro camião chegar depois das 5:10?

0.0293 ☐ 0.1889 ☐ 0.9643 ☐ 0.0357 ☐

c) Qual a probabilidade de decorrer mais de meia hora até que chegue o 5º camião?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2012-2013 **18. 01. 13**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	2c.(15)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)		3b. (10)		P:

1. Um analista do mercado de acções examinou acções de um grande número de empresas. Quando a "performance" das acções analisadas foi investigada um ano depois, concluiu-se que 25% das empresas tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado (E_M), 50% tiveram um desempenho igual à média do mercado (E_I), 25% tiveram um desempenho pior do que a média do mercado (E_P)? Quarenta por cento das acções que tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado foram classificadas como "boa compra" (A), assim como 20% das que tiveram um desempenho igual à média do mercado e 10% das que tiveram um desempenho pior do que a média do mercado.

a) Qual é a probabilidade de que uma acção avaliada como "boa compra" tenha tido um desempenho melhor que a média?

b) Seleccionadas 20 empresas qual a probabilidade de que no mínimo 6 tenham tido um desempenho pior do que a média do mercado?

0.2142 ☐ 0.3828 ☐ 0.8314 ☐ 0.7977 ☐

2. Seja (X, Y)um vector aleatório que representa para cada uma das famílias com 2 ou mais filhos, residentes numa determinada zona, o número de filhos na família (X) e o número de assoalhadas do respectivo alojamento (Y). A função probabilidade conjunta é dada por:

$X \quad \backslash \quad Y$	0	1	2	3	4
2	0.04	0.05	0.02	0	0
3	0.05	0.09	0.14	0.04	0.01
4	0.02	0.09	0.17	0.06	0.04
5	0	0.03	0.05	0.07	0.03

a) Qual a percentagem de famílias que vive em alojamentos com mais de 2 assoalhadas nessa zona? Qual o número médio de assoalhadas do alojamento das famílias que tem 2 filhos?

b) Pode dizer-se que o número de assoalhadas do alojamento é independente do número de filhos da família que o habita? Justifique devidamente.

c) Se se seleccionar aleatoriamente 10 famílias com 2 ou mais filhos, nessa zona, qual a probabilidade de a família com menor número de filhos, ter menos de 3 filhos?

3. A chegada de camiões ao MARL entre as 5:00-8:00 segue um processo de Poisson com ritmo 10 por hora.

a) Determine a probabilidade de na primeira hora chegarem menos de 5 camiões.

0.0189 ☐ 0.0293 ☐ 0.0671 ☐ 0.0378 ☐

b) Qual a probabilidade de o primeiro camião chegar depois das 5:05?

0.0293 ☐ 0.2865 ☐ 0.4346 ☐ 0.5654 ☐

c) Qual a probabilidade de decorrer mais de meia hora até que chegue o 5º camião?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2012-2013 **18. 01. 13**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	2c.(15)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)		3b. (10)		P:

1. Um analista do mercado de acções examinou acções de um grande número de empresas. Quando a "performance" das acções analisadas foi investigada um ano depois, concluiu-se que 25% das empresas tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado (E_M), 50% tiveram um desempenho igual à média do mercado (E_I), 25% tiveram um desempenho pior do que a média do mercado (E_P)? Quarenta por cento das acções que tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado foram classificadas como "boa compra" (A), assim como 20% das que tiveram um desempenho igual à média do mercado e 10% das que tiveram um desempenho pior do que a média do mercado.

a) Qual é a probabilidade de que uma acção avaliada como "boa compra" tenha tido um desempenho melhor que a média?

b) Seleccionadas 20 empresas qual a probabilidade de que no mínimo 6 tenham tido um desempenho melhor do que a média do mercado?

0.7977 ☐ 0.2142 ☐ 0.8314 ☐ 0.3828 ☐

2. Seja (X, Y)um vector aleatório que representa para cada uma das famílias com 2 ou mais filhos, residentes numa determinada zona, o número de filhos na família (X) e o número de assoalhadas do respectivo alojamento (Y). A função probabilidade conjunta é dada por:

$X \quad \backslash \quad Y$	0	1	2	3	4
2	0.04	0.05	0.02	0	0
3	0.05	0.09	0.14	0.04	0.01
4	0.02	0.09	0.17	0.06	0.04
5	0	0.03	0.05	0.07	0.03

a) Qual a percentagem de famílias que vive em alojamentos com mais de 2 assoalhadas nessa zona? Qual o número médio de assoalhadas do alojamento das famílias que tem 2 filhos?

b) Pode dizer-se que o número de assoalhadas do alojamento é independente do número de filhos da família que o habita? Justifique devidamente.

c) Se se seleccionar aleatoriamente 10 famílias com 2 ou mais filhos, nessa zona, qual a probabilidade de a família com menor número de filhos, ter menos de 3 filhos?

3. A chegada de camiões ao MARL entre as 5:00-8:00 segue um processo de Poisson com ritmo 20 por hora.

a) Determine a probabilidade de na primeira hora chegarem menos de 10 camiões.

0.0058 ☐ 0.0108 ☐ 0.0029 ☐ 0.005 ☐

b) Qual a probabilidade de o primeiro camião não chegar antes das 5:05?

0.2865 ☐ 0.1889 ☐ 0.8111 ☐ 0.4346 ☐

c) Qual a probabilidade de decorrer mais de meia hora até que chegue o 5º camião?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2012-2013 **18. 01. 13**
Exame Época Normal
2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	2c.(15)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)		3b.(10)		P:

1. Um analista do mercado de acções examinou acções de um grande número de empresas. Quando a "performance" das acções analisadas foi investigada um ano depois, concluiu-se que 25% das empresas tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado (E_M), 50% tiveram um desempenho igual à média do mercado (E_I), 25% tiveram um desempenho pior do que a média do mercado (E_P)? Quarenta por cento das acções que tiveram um desempenho melhor do que a média do mercado foram classificadas como "boa compra" (A), assim como 20% das que tiveram um desempenho igual à média do mercado e 10% das que tiveram um desempenho pior do que a média do mercado.

a) Qual é a probabilidade de que uma acção avaliada como "boa compra" tenha tido um desempenho melhor que a média?

b) Seleccionadas 20 empresas qual a probabilidade de que no mínimo 6 tenham tido um desempenho igual à média do mercado?

0.9630 ☐ 0.9852 ☐ 0.9423 ☐ 0.9793 ☐

2. Seja (X,Y)um vector aleatório que representa para cada uma das famílias com 2 ou mais filhos, residentes numa determinada zona, o número de filhos na família (X) e o número de assoalhadas do respectivo alojamento (Y). A função probabilidade conjunta é dada por:

$X \quad \backslash \quad Y$	0	1	2	3	4
2	0.04	0.05	0.02	0	0
3	0.05	0.09	0.14	0.04	0.01
4	0.02	0.09	0.17	0.06	0.04
5	0	0.03	0.05	0.07	0.03

a) Qual a percentagem de famílias que vive em alojamentos com mais de 2 assoalhadas nessa zona? Qual o número médio de assoalhadas do alojamento das famílias que tem 2 filhos?

b) Pode dizer-se que o número de assoalhadas do alojamento é independente do número de filhos da família que o habita? Justifique devidamente.

c) Se se seleccionar aleatoriamente 10 famílias com 2 ou mais filhos, nessa zona, qual a probabilidade de a família com menor número de filhos, ter menos de 3 filhos?

3. A chegada de camiões ao MARL entre as 5:00-8:00 segue um processo de Poisson com ritmo 15 por hora.

a) Determine a probabilidade de na primeira hora chegarem menos de 10 camiões.

0.0486 ☐ 0.0324 ☐ 0.0699 ☐ 0.1185 ☐

b) Qual a probabilidade de o primeiro camião não chegar antes das 5:05?

0.2865 ☐ 0.7135 ☐ 0.8111 ☐ 0.4346 ☐

c) Qual a probabilidade de decorrer mais de meia hora até que chegue o 5º camião?